

# **TRANSFERÊNCIA DE CALOR NO RESFRIAMENTO POR JATO D'ÁGUA DE UMA PEÇA DE AÇO**

André Oliveira Albuquerque

Orientador: Prof. Francis Henrique Ramos França

Área de Concentração: Ciências Térmicas

## **RESUMO**

Esse trabalho analisa a condução e a convecção que ocorrem no resfriamento, por jato d'água na temperatura e pressão ambientes, de uma peça de aço em forma de anel inicialmente a uma temperatura uniforme de 170°C. A condução acontece em regime transiente e o problema é abordado teoricamente, com simplificações, através do modelo de parede plana com convecção.

Termopares são utilizados para medir as temperaturas durante o processo, gerando dados que são aplicados no modelo utilizado e que resultam em um coeficiente de transferência de calor por convecção estimado em torno de 8500 W/m<sup>2</sup>K.

Obtidos os parâmetros do processo, o problema é resolvido analiticamente e os resultados são comparados com os valores encontrados nos ensaios, mostrando boa aproximação.

## **ABSTRACT**

### **HEAT TRANSFER IN COOLING OF A STEEL RING BY WATER JET**

This work presents an analysis of the conduction and convection that takes place during the cooling of a steel SAE1020 ring, initially at a uniform temperature of 170°C, by water jet at ambient pressure and temperature. The theoretic approach used to simplify and treat this transient conduction problem is the model of plane wall with convection (or slab with thickness 2L).

Thermocouples are used to measure the temperatures during the process, generating data that are applied to the proposed model and resulting in a convection heat transfer coefficient of about 8500 W/m<sup>2</sup>K. With the obtained parameters, the problem is analytically solved and the results are compared with the values found in the tests, showing a good approximation.

## **PALAVRAS-CHAVE**

Condução, convecção, jato d'água, resfriamento, transiente.

## SUMÁRIO

1. Introdução .....	2
2. Fundamentação teórica .....	3
3. Técnicas experimentais .....	5
3.1 Equipamentos utilizados .....	5
3.2 Procedimentos de ensaio .....	7
3.3 Fontes de erros estimados (vaporização) e não estimados .....	8
4. Metodologia de solução .....	10
5. Resultados .....	13
5.1 Resultados em relação às temperaturas .....	13
5.2 Resultados em relação à energia transferida .....	16
6. Conclusão .....	17
7. Bibliografia .....	18
8. Referências .....	18
9. Agradecimentos .....	18

## 1. INTRODUÇÃO

O processo de resfriamento por jato d'água discutido nesse trabalho é realizado em anéis de juntas deslizantes na indústria automotiva. Pequenas unidades (com um circuito fechado de água) são utilizadas com esse propósito. Com a obtenção do tempo necessário para o resfriamento, pode-se conhecer a capacidade de produção da unidade; com a determinação da quantidade de calor transferido, têm-se subsídios para o dimensionamento de um trocador de calor para a água de resfriamento que, em circuito fechado, deverá sempre retornar na temperatura aproximada de 27°C para resfriar as peças. O principal objetivo deste trabalho é, portanto, determinar qual o tempo necessário, no resfriamento, para que o ponto mais quente da peça tenha sua temperatura reduzida de cerca de 170°C para aproximadamente 55°C (temperatura em que as pessoas podem “tocar” a peça), bem como a quantidade de energia transferida para água durante esse tempo. Contudo, há o interesse em entender o fenômeno de resfriamento da peça, bem como de apresentar uma solução analítica para o problema, ainda que com algumas simplificações, e que esta encontre correspondência com os dados experimentais obtidos.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A abordagem analítica escolhida para o problema foi o modelo de Parede Plana com Convecção (Incropera et al, 1998) mostrada na figura 2.1, pela qual a distribuição de temperaturas é apresentada na equação (1):

$$\theta^* = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = C_1 e^{(-z_1^2 Fo)} \cos(z_1 x^*) \quad (1)$$

Onde  $x^*$  é uma coordenada espacial adimensional dada por

$$x^* = \frac{x}{L} \quad (2)$$

onde  $x$ , em metros, é a distância da linha de simetria e  $L$ , em metros, é a semi-espessura da parede plana;  $T$ , em °C, é a temperatura para uma coordenada  $x^*$  na parede, em uma dado instante;  $T_i$ , em °C, é a temperatura inicial uniforme da parede;  $T_\infty$ , em °C, é a temperatura do fluido;  $\zeta_1$ , em radianos, é um coeficiente utilizado na aproximação que inclui apenas o primeiro termo das soluções em séries dos problemas unidimensionais de condução transiente.  $\zeta_1$  depende do número de Biot e a relação que explicita essa dependência é apresentada na equação (14). Porém, sendo este trabalho essencialmente experimental, é a partir das temperaturas medidas que se chega aos valores de  $\zeta_1$  e, por conseguinte, aos valores de número de Biot, caracterizando assim a condição convectiva (condição de contorno).  $C_1$  é um coeficiente dado pela equação (3) e  $Fo$  é o número de Fourier dado pela equação (4).

$$C_1 = \frac{4 \operatorname{sen}(z_1)}{2z_1 + \operatorname{sen}(2z_1)} \quad (3)$$

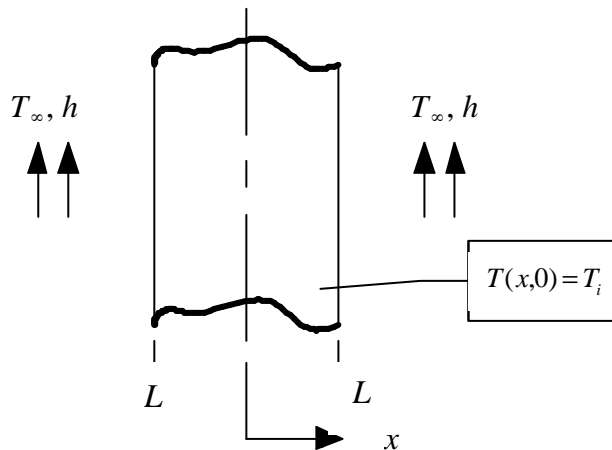


Fig. 2.1- Parede plana com temperatura inicial uniforme sujeita subitamente a condições convectivas (esquema unidimensional).

$$Fo = \frac{\alpha t}{L_c^2} \quad Fo > 0,2 \quad (4)$$

Onde  $\alpha$ , em  $\text{m}^2/\text{s}$ , é a difusividade térmica do material da parede;  $t$ , em segundos, é o tempo de duração da transferência de calor e  $L_c$ , em metros, é um comprimento característico que, no caso de parede plana com convecção, é igual a  $L$ .

A análise unidimensional pode ser estendida para os casos bidimensionais através da equação (5):

$$\mathbf{q}^* = \mathbf{q}_1^* \mathbf{q}_2^* \quad (5)$$

A equação (5) mostra que a solução bidimensional pode ser expressa como um produto das soluções unidimensionais. A quantidade de calor transferida no processo, para o caso bidimensional, é dada pela equação (6) (Bejan, 1996; Holman, 1997). A equação (6) tem alguns de seus índices apresentados de forma diferente do original para facilitar a especificação de cada termo da mesma.

$$\frac{Q}{Q_0} = \left( \frac{Q_1}{Q_0} \right) + \left( \frac{Q_2}{Q_0} \right) - \left( \frac{Q_1}{Q_0} \right) \left( \frac{Q_2}{Q_0} \right) \quad (6)$$

Onde  $Q$ , em joules, é a energia total transferida no processo em duas dimensões;  $Q_1$ , em joules, é a energia transferida na direção 1, calculada sem levar em conta os efeitos na direção 2;  $Q_2$ , em joules, é a energia transferida na direção 2, calculada sem levar em conta os efeitos na direção 1; para parede plana com convecção, tanto  $Q_1$  quanto  $Q_2$ , respeitados os índices, são dados pela equação (7):

$$Q_i = Q_0 \left( 1 - \frac{\text{sen}(\mathbf{z}_{1i}) C_{1i} e^{(-\mathbf{z}_{1i}^2 Fo_i)}}{\mathbf{z}_{1i}} \right) \quad (7)$$

Onde o segundo índice nos coeficientes  $\zeta$  e  $C$  indicam a direção em questão;  $Q_0$ , em joules, é o calor máximo transferível, no caso em que a parede chegaria na temperatura  $T_\infty$ , e é dado pela equação (8):

$$Q_0 = \rho c_p V (T_i - T_\infty) \quad (8)$$

Onde  $\rho$ , em  $\text{kg}/\text{m}^3$ , é a densidade do material da parede;  $c_p$ , em  $\text{J}/(\text{kgK})$ , é o calor específico, à pressão constante, do material da parede;  $V$ , em  $\text{m}^3$ , é o volume da parede. Os demais termos da equação (7) já foram anteriormente especificados. É possível demonstrar-se que a equação (6), em se tratando de parede plana com convecção para ambas as direções, pode ser expressa na forma mais direta da equação (9):

$$Q = Q_0 \left( 1 - \frac{\text{sen}(\mathbf{z}_{11}) C_{11} e^{(-\mathbf{z}_{11}^2 Fo_1)}}{\mathbf{z}_{11}} - \frac{\text{sen}(\mathbf{z}_{12}) C_{12} e^{(-\mathbf{z}_{12}^2 Fo_2)}}{\mathbf{z}_{12}} \right) \quad (9)$$

### 3. TÉCNICAS EXPERIMENTAIS

#### 3.1 Equipamentos utilizados

Para aquisição dos dados, ou seja, das temperaturas da peça durante o resfriamento, o sistema utilizado foi montado conforme apresentado em esquema na figura 3.1.

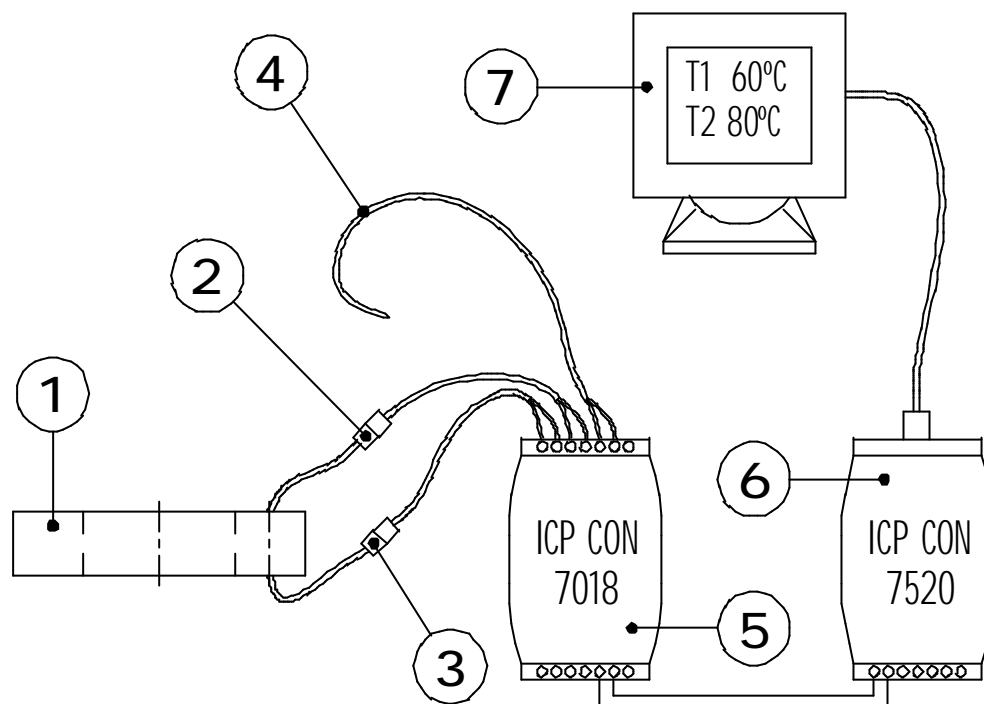


Fig. 3.1- Esquema de montagem do sistema de aquisição de dados (itens especificados abaixo).

- Item 1: peça de aço em formato de anel, mostrada na figura 3.2.
- Item 2: termopar para medição da temperatura do ponto superior da peça.
- Item 3: termopar para medição da temperatura do ponto inferior da peça.
- Item 4: termopar para medição da temperatura da água de resfriamento da peça.

Foram utilizados termopares do tipo K, comumente utilizados em multímetros e disponíveis no mercado. Os termopares foram calibrados, onde se pôde concluir que o melhor ajuste seria apenas retirar o erro sistemático, deixando um erro aleatório máximo de  $0,3^{\circ}\text{C}$ , verificado pela medição em dezesseis eventos para cada termopar. Foram abertos dois furos de 1mm de diâmetro por 1,5mm de profundidade na peça de aço, nos pontos de fixação dos termopares. Estes furos foram preenchidos com pasta térmica e, após os termopares posicionados, foram tapados com fita metálica. Além da fita metálica, para uma fixação mais eficiente, foi necessário colocar uma quantidade mínima de Araldite normal. Cuidado foi tomado

para evitar que a Araldite contactasse a extremidade não revestida do termopar, onde a medição propriamente dita foi realizada. A fixação dos termopares é mostrada na figura 3.2.

Item 5: módulo de aquisição de dados ICP CON 7018 (LR Informática Industrial).

Item 6: módulo de comunicação ICP CON 7520 (LR Informática Industrial).

Item 7: computador onde foram utilizados os programas NAP7000D (NAP7000D 3.0, DDE Server, 1998) e HP VEE (HP VEE 4.01, 1997) para leitura, ajuste e gravação dos dados adquiridos.

Além dos já citados, foram utilizados os seguintes equipamentos: forno para aquecimento da peça, do fabricante Grefortec; peça de poliamida em formato de anel para isolar termicamente a superfície inferior da peça, mostrada na figura 3.3; recipiente de poliestireno para armazenamento da água de resfriamento e ducha convencional, ambos mostrados na figura 3.4.; balança de precisão Marte 5000, usada para quantificar a massa de água coletada durante o resfriamento.

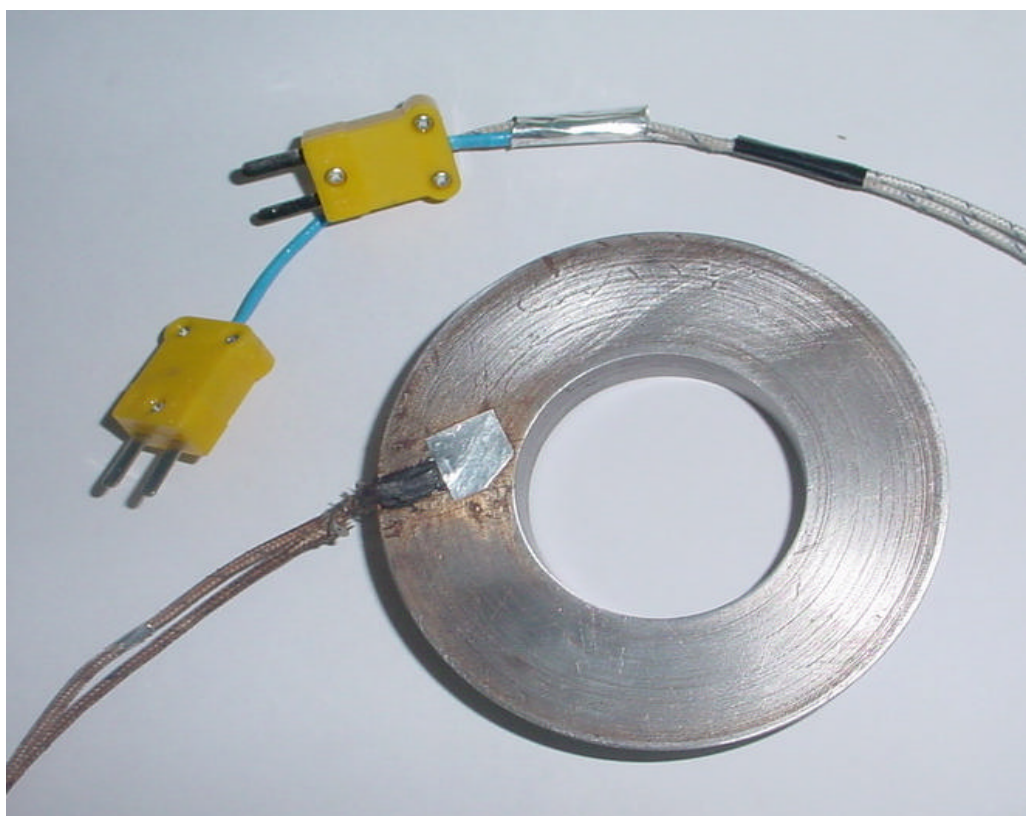


Fig. 3.2- Fixação dos termopares na peça.



Fig. 3.3- Peça de poliamida, para isolar termicamente a face inferior da peça.



Fig. 3.4- Peça de aço, anel de poliamida, recipiente de poliestireno e ducha convencional, durante resfriamento.

### 3.2 Procedimentos de ensaio

Inicialmente a peça era levada ao forno, onde permanecia até atingir a temperatura de aproximadamente 200°C. Logo após era levada até a unidade de resfriamento e, ao atingir a temperatura de aproximadamente 170°C, efetuava-se o resfriamento por jato d'água. Deve-se ressaltar que durante o período de tempo em que a peça era levada do forno até a unidade de

resfriamento, sua temperatura foi considerada uniforme, embora não fosse constante. Isso foi possível devido ao fato de que o número de Biot para esse caso, convecção natural no ar, era em torno de 0,005 e, por conseguinte, o método da capacitância global era válido ( $Biot < 0,1$ ) e os gradientes de temperatura no interior da peça eram desprezíveis; foi possível, inclusive, estimar um coeficiente de transferência de calor por convecção natural no ar (para essa peça de aço e nessa faixa de temperatura) em torno de  $14 \text{ W/m}^2\text{K}$ .

A aquisição das temperaturas na peça era feita durante todo o ensaio, porém análise realizada nesse trabalho é restrita ao resfriamento. Foram medidas as temperaturas em dois pontos na peça, escolhidos de forma que melhor se adaptassem às equações. Tais pontos serão definidos de forma mais clara posteriormente. A temperatura da água de resfriamento era medida antes e após o resfriamento. A massa de água utilizada durante o resfriamento era coletada no recipiente de poliestireno e medida no final do ensaio.

### 3.3 Fontes de erros estimados e não estimados

Sabe-se que em estando a peça inicialmente a uma temperatura acima de  $100^\circ\text{C}$ , quando do resfriamento, logo no início do processo, alguma quantidade de água será vaporizada. Uma grande questão que surgiu era saber qual a relevância dessa vaporização, em termos de quantidade de calor trocado, no processo. Dez ensaios com temperatura inicial da peça em torno de  $85^\circ\text{C}$  foram realizados, contudo a curva de resfriamento não sofreu alteração perceptível na região de interesse (região para  $Fo > 0,2$ , ou seja, intervalos de tempo maiores que 4s) e a estimativa da quantidade de calor transferida para água continuava com a mesma margem percentual de erro. Isso indicava ou que a vaporização era desprezível ou que o erro por ela introduzido era minimizado pela influência de outros de maior magnitude, possivelmente o próprio erro devido à simplificação do modelo analítico adotado. Para se conseguir uma estimativa mais segura do calor trocado na vaporização foram executados ensaios com resfriamento da peça por convecção natural em um recipiente plástico com água, porém agora o processo era realizado até que a peça e a água entrassem em equilíbrio térmico. A verificação consistia em comparar a energia perdida pela peça, dada pela equação (8), com a energia recebida pela água, dada pela equação (10):

$$Q_a = mc_p(T_2 - T_1) \quad (10)$$

Onde  $Q_a$ , em joules, é o calor recebido pela água;  $m$ , em kg, é massa de água;  $c_p$  é o calor específico, à pressão constante, da água,  $4184 \text{ J/(kgK)}$ ;  $T_1$ , em  $^\circ\text{C}$ , é a temperatura inicial da água;  $T_2$ , em  $^\circ\text{C}$ , é a temperatura final da água.



Para sete ensaios realizados com temperatura inicial da peça de 170°C, verificou-se que a energia recebida pela água era, em média, 933J menor do que a energia liberada pela peça; sendo essa energia, por hipótese, perdida na vaporização. Contudo, para sete ensaios realizados com temperatura inicial da peça de 95°C, verificou-se que a energia recebida pela água era, em média, 429J maior que a energia liberada pela peça; ou seja, um erro de 429J, pois não havendo vaporização esse valor deveria ser nulo. Concluiu-se que a energia total correspondente à vaporização era a soma desses dois últimos valores apresentados, qual seja, 1362J. Dividindo-se esse valor de energia pelo calor de vaporização da água ( $h_{lv}=2257\text{kJ/kg}$ ), resulta em uma massa aproximada de água vaporizada de 0,0007kg. Pode-se ainda argumentar que alguma parte do calor perdido na vaporização, no caso do resfriamento por jato d'água, retorna à água coletada, já que assim que o vapor é gerado ele encontra o jato d'água, trocando calor com o mesmo e dessa forma reduzindo a perda de calor por vaporização.

A água utilizada foi tomada da rede convencional (pública), podendo, portanto, ter suas temperatura, pressão e vazão variando durante o ensaio. A maior preocupação era com a temperatura da água da rede ( $T_{\infty}$ ), que era medida antes e após o ensaio. Como a massa de água utilizada durante o resfriamento era relativamente pequena (aproximadamente 1,5kg), e o tempo de duração do ensaio apenas 12 segundos em média, na maioria dos ensaios não houve variação de  $T_{\infty}$ . Porém em alguns houve variação de 0,3°C. Para esses casos foi escolhido o valor que favorecia melhores resultados nos cálculos.

Como fontes de erros não mensurados, temos:

- A- A pequena quantidade de Araldite utilizada na fixação do termopar influencia a distribuição de temperaturas na peça durante o resfriamento.
- B- A condição inicial de temperatura uniforme da peça não foi totalmente alcançada, pois era necessário manuseá-la para colocá-la na posição de resfriamento. Outra influência sobre a temperatura inicial era que ao colocar a peça na posição, ela tinha a temperatura de sua face inferior reduzida devido ao contato com a peça tomada neste trabalho como isolante. Veja, na tabela 4.1, que a temperatura do ponto inferior ( $T_{P2}=172,4^{\circ}\text{C}$ ) é levemente menor que a temperatura do ponto superior da peça ( $T_{P1}=173,1^{\circ}\text{C}$ ), para a condição inicial em tempo igual a zero. Contudo para seis ensaios, em média,  $T_{P1}-T_{P2}=3,7^{\circ}\text{C}$ , para a condição inicial em tempo igual a zero.
- C- Embora a condutividade térmica do aço seja cerca de 250 vezes maior que a da poliamida, e por isso a poliamida foi aqui utilizada como isolante, sabe-se que haverá alguma condução de calor na poliamida, ainda que pequena.

D- Como parte do cabo do termopar permaneceu dentro do forno durante o aquecimento, ele também entregou alguma energia durante o resfriamento.

#### 4. METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

O resfriamento é realizado conforme mostrado na figura 3.4. Considerando-se a superfície inferior isolada, sabe-se que haverá condução no interior da peça no sentido axial para cima, e na direção radial também. A simplificação adotada neste trabalho consiste em considerar a condução no sentido radial como se fosse aquela que acontece entre duas paredes planas (parede plana com convecção). Logo, de agora em diante a geometria considerada será a apresentada na figura 4.2 (barra retangular infinita), em vez do anel mostrado na figura 4.1. Para isso, a secção considerada na barra (área hachurada da figura 4.2) será igual aquela de uma secção do anel (área hachurada da figura 4.1). Finalmente, a geometria bidimensional em análise é mostrada na figura 4.3.

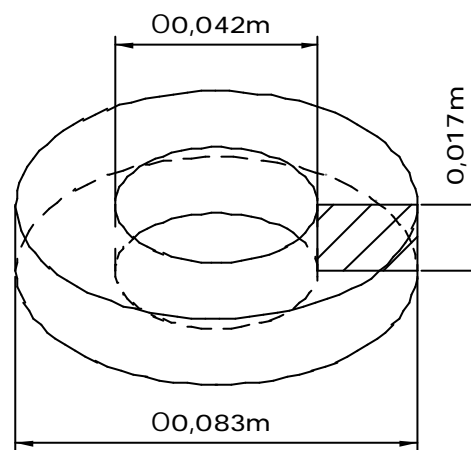


Fig. 4.1- Peça real: anel com dimensões.

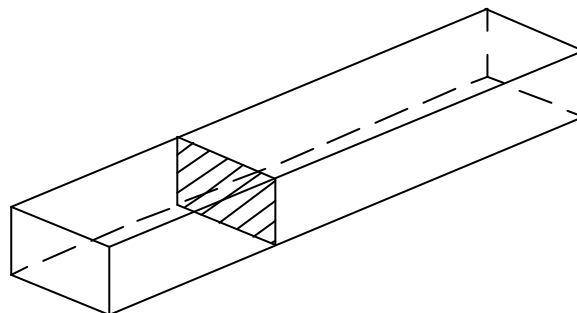


Fig. 4.2- Simplificação adotada: barra infinita.

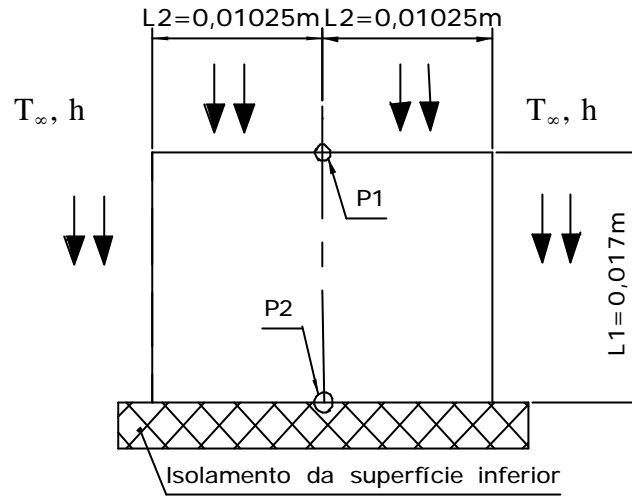


Fig. 4.3- Parede plana com temperatura inicial uniforme, com a superfície inferior isolada, sujeita subitamente a condições convectivas (esquema bidimensional).

Os pontos P1 e P2 na figura 4.3 estão sobre o eixo de simetria do paralelogramo e nas superfícies superior e inferior, respectivamente. Devido às condições do problema (condição inicial, condições de contorno e a própria simetria da geometria) sabe-se que o ponto P2 tem a maior temperatura da secção em análise, durante todo o resfriamento. Como temos interesse no ponto mais quente da peça, o resultado final será apresentado para o ponto P2, na temperatura em torno de 55°C (temperatura desejada). Nos pontos P1 e P2 é que foram fixados os termopares e é para esses pontos que foram desenvolvidas as equações (11) e (12) para os pontos P2 e P1, respectivamente, a partir da substituição das equações (1) a (4) na equação (5).

$$\frac{T_{P2} - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = \frac{4\text{sen}(z_{11})}{2z_{11} + \text{sen}(2z_{11})} e^{(-z_{11}^2 \frac{at}{L1^2})} \frac{4\text{sen}(z_{12})}{2z_{12} + \text{sen}(2z_{12})} e^{(-z_{12}^2 \frac{at}{L2^2})} \quad (11)$$

Onde  $T_{P2}$ , em °C, é a temperatura do ponto 2 em um instante de tempo  $t$ .

$$\frac{T_{P1} - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = \frac{4\text{sen}(z_{11})}{2z_{11} + \text{sen}(2z_{11})} e^{(-z_{11}^2 \frac{at}{L1^2})} \cos(z_{11}) \frac{4\text{sen}(z_{12})}{2z_{12} + \text{sen}(2z_{12})} e^{(-z_{12}^2 \frac{at}{L2^2})} \quad (12)$$

Onde  $T_{P1}$ , em °C, é a temperatura do ponto 1 em um instante de tempo  $t$ .

Combinando as equações (11) e (12) resulta a equação (13):

$$\zeta_{11} = \arccos\left(\frac{T_{P1} - T_{\infty}}{T_{P2} - T_{\infty}}\right) \quad (13)$$

Na equação (13), temos  $\zeta_{11}$  apenas em função das temperaturas.

Para cada ensaio realizado foram obtidos dados como os mostrados na tabela 4.1.

Tab. 4.1- Temperaturas dos pontos P1 e P2 durante ensaio de resfriamento, por jato d'água com  $T_{\infty}=30^{\circ}\text{C}$ , do anel de aço.

$t(\text{s})$	$T_{P1} (^{\circ}\text{C})$	$T_{P2} (^{\circ}\text{C})$
0	173,1	172,4
1,32	154,6	160,4
2,81	83,099	145,9
3,32	70,599	127,7
3,99	61,6	114,4
5,32	55,2	88
6,63	46,6	77
7,28	43,6	68,3
7,96	41,3	60,8
9,28	39,3	50,5
10,78	36,3	46,8
11,37	35,1	43,8

O aço utilizado foi o SAE 1020, cujas propriedades foram consideradas constantes, e estão listadas a seguir: densidade  $\rho=7854 \text{ kg/m}^3$ ; calor específico  $c_p=434 \text{ J/kgK}$ ; condutividade  $k=60,5 \text{ W/mK}$ ; difusividade térmica  $\alpha=17,7 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ .

Identificando-se  $L1=0,017\text{m}$  e  $L2=0,01025\text{m}$ , mostrados nas figuras 4.1 e 4.3; com  $T_{\infty}=30^{\circ}\text{C}$  para o resfriamento dado na tabela 4.1; para cada instante de tempo apresentado na tabela 4.1, é possível retirar as temperaturas de P1 e P2 e aplicar todos esses dados nas equações (13) e (11), nessa ordem, para obtermos os coeficientes  $\zeta_{11}$  e  $\zeta_{12}$ . Esse procedimento de obtenção de  $\zeta_{11}$  e  $\zeta_{12}$  foi feito para 4 intervalos de tempo, para cada ensaio. Foi dada preferência para os intervalos de tempo que correspondiam a temperaturas de P2 no entorno de  $55^{\circ}\text{C}$  (temperatura desejada). Cabe lembrar que pela limitação imposta pela equação (4),  $Fo > 0,2$ , os dados relativos à intervalos de tempo inferiores a 4 segundos não poderiam ser aplicados às equações. Para o ensaio mostrado na tabela 4.1 a aplicação desse procedimento resultou nos dados da tabela 4.2.

Pode-se verificar na tabela 4.2 que, dentro de um mesmo ensaio, tanto os valores de  $\zeta_{11}$  quanto os valores de  $\zeta_{12}$  são praticamente constantes ao longo do tempo. Isso está de acordo com a literatura sobre o assunto que, via de regra, considera os coeficientes de convecção constantes.

Por outro lado, a diferença encontrada entre  $\zeta_{11}$  e  $\zeta_{12}$  é devida ao fato de que os escoamentos nas superfícies superior e lateral são diferentes. Na superfície superior tem-se um

jato incidindo praticamente a noventa graus, enquanto nas laterais, além do jato não incidir da mesma forma, há uma parte do escoamento que provém daquele que incide na superfície superior e que escorre para as laterais; chegando, provavelmente, com uma temperatura levemente superior à temperatura considerada  $T_{\infty}$ . Portanto, sendo a condição convectiva da superfície superior mais eficiente, em termos de troca de calor, do que a da superfície lateral, tem-se um valor maior para  $\zeta_{11}$  (coeficiente relativo à superfície superior).

Tab. 4.2- Valores de  $\zeta_{11}$  e  $\zeta_{12}$  obtidos pela aplicação dos dados, relativos ao ensaio apresentado na tabela 4.1, nas equações (13) e (11), para intervalos de tempo selecionados.

$t(s)$	$\zeta_{11} (rad)$	$\zeta_{12} (rad)$
5,32	1,1213	0,9447
6,63	1,2098	0,8596
7,96	1,1951	0,9298
10,78	1,1864	0,9171

## 5. RESULTADOS

### 5.1 Resultados em relação às temperaturas

Foram realizados seis ensaios e, portanto, foram obtidos 24 valores de  $\zeta_{11}$  e 24 valores de  $\zeta_{12}$ ; os quais são apresentados, em ordem numérica crescente, na tabela 5.1.

Tab.5.1-Valores de  $\zeta_{11}$  e  $\zeta_{12}$  obtidos pela aplicação dos dados dos ensaios nas equações (13) e (11).

$i$	$\zeta_{11}$	$i$	$\zeta_{11}$	$i$	$\zeta_{12}$	$i$	$\zeta_{12}$
1	0,9424	13	1,1213	1	0,6932	13	0,9298
2	0,9686	14	1,1230	2	0,7623	14	0,9447
3	0,9706	15	1,1243	3	0,7706	15	0,9488
4	0,9721	16	1,1533	4	0,7773	16	0,9619
5	0,9774	17	1,1782	5	0,8112	17	0,9904
6	1,0127	18	1,1864	6	0,8231	18	1,0199
7	1,0715	19	1,1951	7	0,8289	19	1,0291
8	1,0777	20	1,2098	8	0,8437	20	1,0618
9	1,0801	21	1,3037	9	0,8596	21	1,0927
10	1,0890	22	1,3474	10	0,8613	22	1,1336
11	1,1112	23	1,3502	11	0,8823	23	1,1461
12	1,1179	24	1,3741	12	0,9171	24	1,1563

Tanto para os valores de  $\zeta_{11}$  quanto para os valores de  $\zeta_{12}$ , foi aplicado o critério de Chauvenet (apud ASHRAE STANDARD 41.5-75, 1975) e não foi necessário rejeitar nenhum dado. Para os valores de  $\zeta_{11}$  foi calculada a média (melhor valor) de  $\bar{z}_{11}=1,1274$  com desvio padrão  $s_{11}=0,1227$ ; para  $\zeta_{12}$ , os valores obtidos foram  $\bar{z}_{12}=0,9306$  e  $s_{12}=0,1269$ . Com isso concluiu-se que:

$$\zeta_{11}=1,1274 \pm 0,1227 \text{ com confiança de } 68,67\% (1 s).$$

$$\zeta_{12}=0,9306 \pm 0,1269 \text{ com confiança de } 68,67\% (1 s).$$

Com os valores de  $\zeta$ , podemos obter o número de Biot através da equação (14), e com o número de Biot um valor para o coeficiente de convecção através da equação (15) (Incropera et al, 1998).

$$Bi_n = z_n \cdot \text{tag}(z_n) \quad (14)$$

Onde  $Bi$  é o número de Biot, parâmetro adimensional; e  $\zeta_n$  pode ser  $\zeta_{11}$  ou  $\zeta_{12}$ .

$$h = \frac{BiK}{L_c} \quad (15)$$

Onde  $h$ , em  $W/m^2K$ , é o coeficiente de transferência de calor por convecção;  $k$ , em  $W/mK$ , é a condutividade da peça. Os parâmetros  $Bi$  e  $L_c$  já foram especificados anteriormente.

Para a superfície superior, observada na figura 4.3, obtém-se:

$$Bi_{11} = 1,1274 \cdot \text{tag}(1,1224) = 2,37 \longrightarrow h_{11} = \frac{2,37 * 60,5}{0,017} \cong 8448 \frac{W}{m^2 K}$$

Com relação à energia transferida na direção horizontal, observada na figura 4.3, temos:

$$Bi_{12} = 0,9306 \cdot \text{tag}(0,9306) = 1,25 \longrightarrow h_{12} = \frac{1,25 * 60,5}{0,01025} \cong 7374 \frac{W}{m^2 K}$$

Da comparação entre os coeficientes de convecção  $h_{11}$  e  $h_{12}$  verifica-se que, embora o comprimento característico na direção 2 ( $L_2 = 0,01025m$ ) seja menor que o comprimento característico na direção 1 ( $L_1 = 0,017m$ ), prevalece a influência dos parâmetros  $\zeta_{11}$  e  $\zeta_{12}$ , resultando que o coeficiente de convecção para a superfície superior ( $h_{11}$ ) é maior que o coeficiente para as superfícies laterais ( $h_{12}$ ).

Para o ensaio apresentado na tabela 4.1, por exemplo, temos como dados:

A- Da peça:  $L_1=0,017m$ ,  $L_2=0,01025m$ ,  $\alpha=17,7*10^{-6} m^2/s$  e  $T_i=173^\circ C$ .

B- Das condições convectivas:  $\zeta_{11}=1,1274$ ,  $\zeta_{12}=0,9306$  e  $T_\infty=30^\circ C$ .

Pode-se agora substituir os dados acima nas equações (11) e (12), e isolar  $T_{P1}$  e  $T_{P2}$  nas suas respectivas equações para obtermos as temperaturas dos pontos P1, equação (17), e P2, equação (16), somente em função do tempo.

$$T_{P2} = 30 + 194,0368e^{(-0,2237t)} \quad (16)$$

$$T_{P1} = 30 + 83,2437e^{(-0,2237t)} \quad (17)$$

As equações (16), curva em vermelho, e (17), curva em azul, são plotadas na figura 5.1; bem como os dados experimentais apresentados na tabela 4.1, onde os quadrados correspondem às temperaturas do ponto P2 e os círculos correspondem às temperaturas do ponto P1.

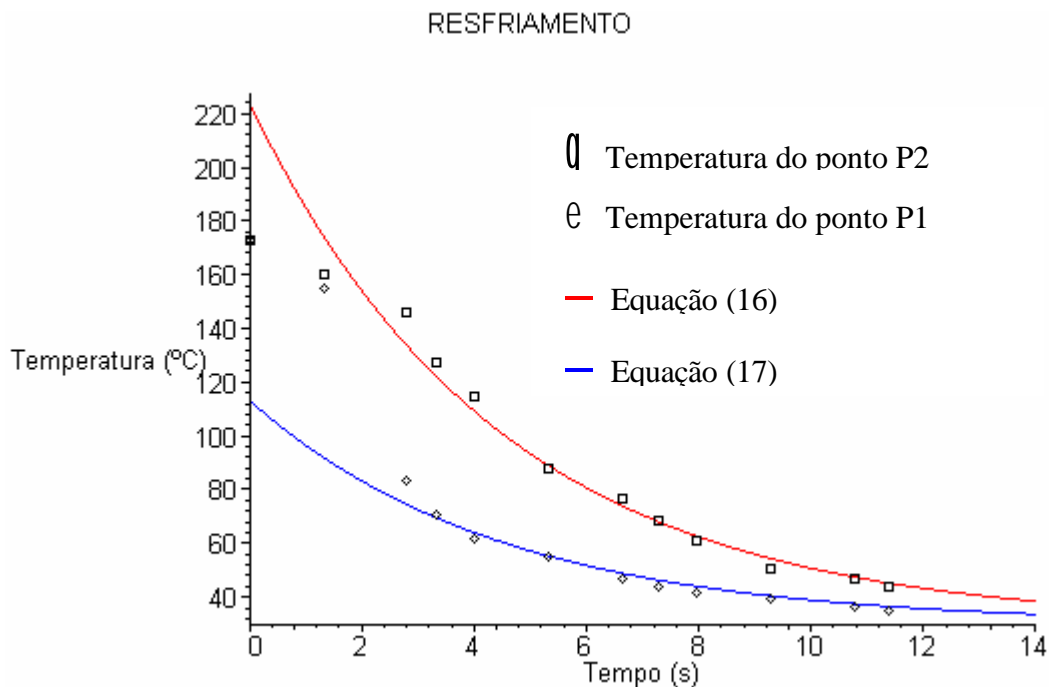


Fig. 5.1- Comparação entre a solução analítica e os dados experimentais (temperaturas do ensaio apresentado na tabela 4.1).

Embora não seja a região de análise, é interessante observar na figura 5.1 que para intervalos de tempo inferiores a 2s, é a temperatura do ponto P1 a que mais se afasta da solução analítica. Acredita-se que isso aconteça porque é neste intervalo de tempo que a vaporização é mais intensa, gerando uma camada isolante de vapor que impede que a temperatura do ponto P1 diminua como seria esperado.

Para  $t=9,28s$ , a tabela 4.1 fornece  $T_{P2}=50,5^{\circ}C$ , enquanto a equação (15) fornece  $T_{P2}=54,3^{\circ}C$ . Para termos um julgamento mais criterioso dos valores fornecidos pela equação (15)

para  $T_{P2}$ , foi aplicado o procedimento de Kline et al, 1953 (apud ASHRAE STANDARD 41.5-75, 1975) para determinar a incerteza no resultado final, causada pelas incertezas individuais de  $\zeta_{I1}$  e  $\zeta_{I2}$ . Esse procedimento é aplicado através da equação (18):

$$W_R = \sqrt{\left[\left(\frac{\partial R}{\partial v_1} W_1\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial v_2} W_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial R}{\partial v_n} W_n\right)^2\right]} \quad (18)$$

Onde  $R$  é uma dada função;  $v_1, \dots, v_n$  são variáveis independentes da função  $R$ ;  $W_R$  é a incerteza do resultado e  $W_1, \dots, W_n$ , são as incertezas relativas às variáveis obtidas experimentalmente. Reformulando a equação (16) em termos de  $\zeta_{I1}$  e  $\zeta_{I2}$  chega-se a equação (19):

$$T_{P2} = 30 + 2288 \frac{\text{sen}(\mathbf{z}_{I1}) e^{(-0,06124 \mathbf{z}_{I1}^2 t)} \text{sen}(\mathbf{z}_{I2}) e^{(-0,16847 \mathbf{z}_{I2}^2 t)}}{(2\mathbf{z}_{I1} + \text{sen}(2\mathbf{z}_{I1}))(2\mathbf{z}_{I2} + \text{sen}(2\mathbf{z}_{I2}))} \quad (19)$$

Aplicando-se o procedimento para a determinação da incerteza do resultado da equação (19) obtém-se:

$$W_{T_{P2}} = \sqrt{\left[\left(\frac{\partial T_{P2}}{\partial \mathbf{z}_{I1}} W_{\mathbf{z}_{I1}}\right)^2 + \left(\frac{\partial T_{P2}}{\partial \mathbf{z}_{I2}} W_{\mathbf{z}_{I2}}\right)^2\right]} \quad (20)$$

Derivando-se a equação (19) em relação  $\zeta_{I1}$  e substituindo  $\zeta_{I1}=1,1274$ ,  $\zeta_{I2}=0,9306$  e  $t=9,28\text{s}$  na mesma obtém-se  $\frac{\partial T_{P2}}{\partial \mathbf{z}_{I1}} = -25,535$ . Derivando-se em relação a  $\zeta_{I2}$  e substituindo os mesmos valores obtém-se  $\frac{\partial T_{P2}}{\partial \mathbf{z}_{I2}} = -64,987$ . Recordando  $W_{\zeta_{I1}}=0,1227$  e  $W_{\zeta_{I2}}=0,1269$  e substituindo esses valores na equação (20) obtém-se  $W_{TP2}=8,8^\circ\text{C}$ . Ou seja:

$$T_{P2}=54,3^\circ\text{C} \pm 8,8 \text{ com confiança de } 68,67\% (1\sigma).$$

## 5.2 Resultados em relação à energia transferida

Para cada ensaio foram utilizadas as equações (9) e (10) para quantificar a energia transferida para a água que era coletada no recipiente de poliestireno durante o resfriamento. As equações (9) e (10) são independentes entre si, sendo que a equação (9) resulta do método analítico adotado (balanço de energia na peça), enquanto que a equação (10) provém do balanço de energia na água coletada. Com isso, desejou-se confirmar os valores obtidos pela equação (9) através da comparação desses com os valores fornecidos pela equação (10).



Verificou-se que, para os seis ensaios realizados, a energia calculada pela equação (10) era, em média, 3% maior que aquela calculada pela equação (9). Ou seja, a comparação dos dois resultados informava que o valor calculado pela solução analítica adotada era menor, em 3%, do que valor real de energia transferida. Acredita-se que essa diferença seja devida aos erros não mensurados, apresentados na seção 3.3 (página 9), bem como resultante das incertezas das variáveis do experimento.

Para o caso específico do ensaio tomado como exemplo nesse trabalho (apresentado na tabela 4.1) os dados foram  $T_1=30^\circ\text{C}$ ,  $T_2=34,3^\circ\text{C}$  e  $m=1,88\text{kg}$ ; que aplicados à equação (10), e tendo-se levado em conta a propagação de incertezas, resulta:  $Q_a=33823\text{J} \pm 3338$  com confiança de 99,73% (energia transferida durante todo o resfriamento). Já o valor de energia obtido para esse caso através da equação (9) é  $Q=30900\text{J} \pm 1255$  com confiança de 68,67%.

Para o intervalo de tempo  $t=9,28\text{s}$  (que foi escolhido na tabela 4.1 e utilizado em exemplos anteriores por corresponder a uma temperatura do ponto P2 em torno de  $55^\circ\text{C}$ ) a equação (9) resulta uma energia de  $Q=29437\text{J} \pm 1650$  com confiança de 68,67%. Portanto, o resultado prático que é esperado desse trabalho é:

$$T_{P2}=54,3^\circ\text{C} \pm 8,8 \text{ com confiança de } 68,67\%$$

$$Q=29437\text{J} \pm 1650 \text{ com confiança de } 68,67\%$$

$$t=9,28\text{s}$$

## 6. CONCLUSÃO

Para a solução desse problema (entenda-se obtenção da temperatura, energia e tempo desejados para essa geometria com essas dimensões e condições convectivas) foram obtidos resultados satisfatórios.

Por outro lado, os coeficientes de convecção obtidos devem ser vistos com reserva, ou seja, tomados apenas como valores representativos, já que a condição de convecção das superfícies laterais não é exatamente a mesma da superfície superior (ex. escoamento,  $T_\infty$  etc., conforme foi explicado no final da seção 4, justificando-se a diferença entre  $\zeta_{I1}$  e  $\zeta_{I2}$ ), embora, em princípio, a abordagem analítica não tenha previsto essa diferença; além de outros fatores como a própria simplificação em relação à condução no sentido radial e a vaporização.

Por isso, sugere-se, em trabalhos futuros, que sejam isoladas também as laterais da peça para que seja obtida condução unidimensional e, por conseguinte, um valor mais exato para o coeficiente de convecção para a condição convectiva de jato d'água. Outra sugestão, é que seja resolvida a condução, no sentido radial, para o cilindro infinito furado, através do estudo dos

trabalhos de Carslaw et al, 1959, os quais apresentaram soluções para a condução em cilindros infinitos furados, porém com condições de contorno diferentes daquelas tratadas aqui. Obtida a solução para a condução radial no cilindro infinito furado, ela poderia ser somada à solução existente para parede plana com convecção, não sendo mais necessário adotar-se nenhuma simplificação.

Por fim, cabe ressaltar que a vaporização assume papel importante nesse processo de resfriamento, porém não preponderante em relação aos dados finais que eram desejados e foram obtidos. Importante pois ela representa cerca de 5% do calor liberado pela peça, fazendo com que as temperaturas nos primeiros dois segundos não devam realmente corresponder a solução analítica adotada. Não preponderante por que em termos dos cálculos desenvolvidos esse montante, a quantidade de energia transferida na vaporização, muitas vezes é minimizado pela influência dos erros. Além disso, desprezar essa vaporização vem em favor da segurança, no caso em que teríamos um trocador de calor dimensionado para uma carga térmica levemente maior do que a requerida na realidade.

## 7. BIBLIOGRAFIA

- ASHRAE STANDARD 41.5-75, **Standard Measurement Guide - Engineering Analysis of Experimental Data**, ASHRAE, Atlanta, 1975.
- Bejan, Adrian, 1996. **Transferência de Calor**, Edgard Blücher Ltda, São Paulo.
- Carslaw, H. S., Jaeger, J. C., 1959. **Conduction of Heat in Solids**, Oxford University, London.
- Holman, J. P., 1997. **Heat Transfer**, McGraw-Hill Inc, New York.
- Incropera, Frank P., Witt, David P., 1998. **Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa**, LTC, Rio de Janeiro.

## 8. REFERÊNCIAS

LR Informática Industrial, [www.lrinform.com.br](http://www.lrinform.com.br).

## 9. AGRADECIMENTOS

Agradeço francamente aos professores Paulo S. Schneider, Francis H. R. França, Juan C. S. Ortiz, Joyson L. Pacheco, Carlos Alberto e Sandro Griza; ao técnico João Batista e ao meu colega Rômulo J. Garcia pelo incentivo e colaboração nos itens que se fizeram necessários para a realização desse trabalho.